

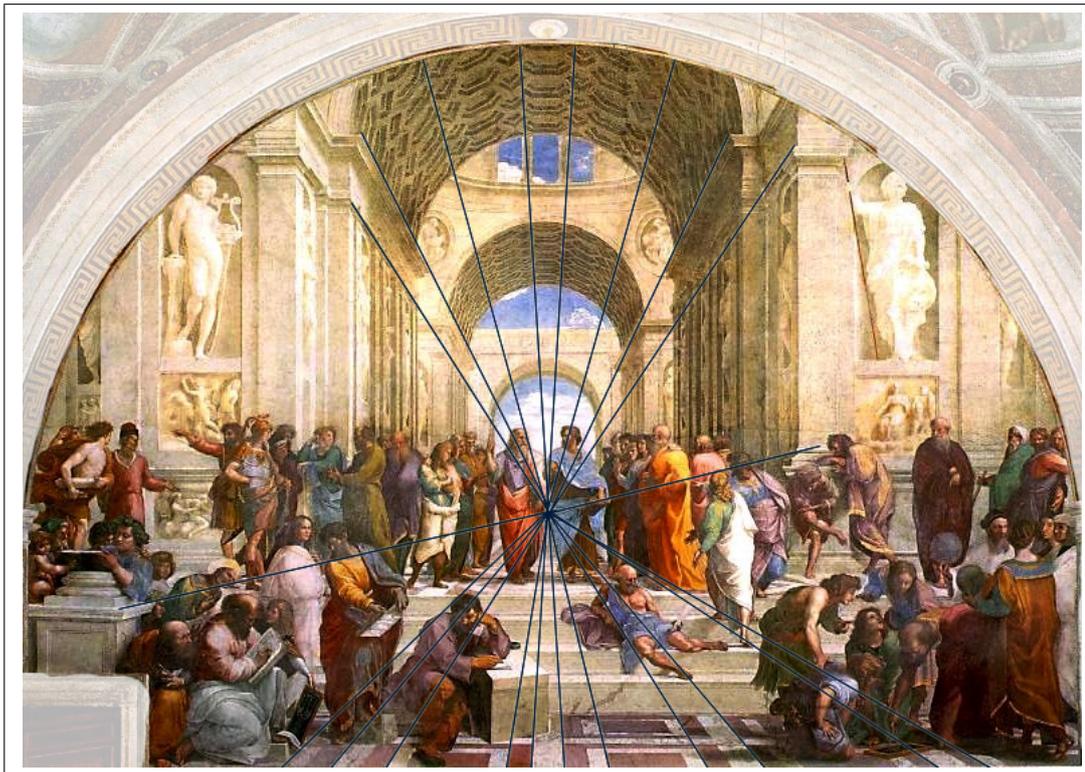
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Geometrie*

Dr. Ivan Izmestiev, Moritz Firsching

Sommersemester 2014

Blatt 8

Abgabe: Freitag, 13.VI.2014



„La scuola di Atene“ von RAFFAELLO SANZIO, Zentralperspektive
<http://www.martin-missfeldt.de/perspektive-zeichnen-tutorial/perspektive-kunst-entwicklung.php>

*Welche der dargestellten Personen ist $\Pi\upsilon\theta\alpha\gamma\omicron\rho\alpha\varsigma$?

Aufgabe 37 (Eine projektive Abbildung)

Seien ℓ , ℓ_1 und ℓ_2 drei paarweise windschiefe Geraden in \mathbb{R}^3 . Für jeden Punkt $P \in \ell_1$ definiere $f(P) \in \ell_2$ als den Schnittpunkt von ℓ_2 mit der von P und ℓ aufgespannten Ebene. Man zeige, dass die (fast überall definierte) Abbildung $f: \ell_1 \rightarrow \ell_2$ projektiv ist.

Aufgabe 38 (Fixpunkte von Projektivitäten)

- Sei $\phi: \mathbb{R}P^n \rightarrow \mathbb{R}P^n$ eine Projektivität, dargestellt durch einen Automorphismus $f \in GL(n+1)$. Wenn $[v] \in \mathbb{R}P^n$ ein Fixpunkt von ϕ ist, welche Eigenschaft hat dann der Vektor v bezüglich der Abbildung f ?
- Finde eine Projektivität $\mathbb{R}P^1 \rightarrow \mathbb{R}P^1$ ohne Fixpunkte.
- Zeige, dass jede Projektivität $\mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}P^2$ mindestens einen Fixpunkt hat.
- Finde eine Projektivität $\mathbb{R}P^2 \rightarrow \mathbb{R}P^2$ mit genau zwei Fixpunkten.

Aufgabe 39 (Desargues und Pappos mit unendlich fernen Elementen)

- a) Wie lautet der Satz von Desargues, wenn die Gerade ℓ_3 unendlich fern ist?
b) Man zeige, dass der folgende Satz ein Spezialfall des Satzes von Pappos ist.
Seien $a_1 \parallel b_1$, $a_2 \parallel b_2$, $a_3 \parallel b_3$ drei Paare paralleler Geraden. Dann sind die Punkte

$$a_1 \cap b_2, \quad a_2 \cap b_3, \quad a_3 \cap b_1$$

genau dann kollinear, wenn die Punkte

$$a_1 \cap b_3, \quad a_2 \cap b_1, \quad a_3 \cap b_2$$

kollinear sind.

Aufgabe 40 (Konstruktion mit Lineal)

Auf einem Blatt Papier sind Segmente zweier Geraden ℓ_1 und ℓ_2 gezeichnet; diese Geraden schneiden sich allerdings außerhalb des Blattes. Erkläre, wie man mit Hilfe eines Lineals eine Gerade durch einen gegebenen Punkt P ein Segment zeichnet, dessen Verlängerung durch den Schnittpunkt der Geraden ℓ_1 und ℓ_2 geht.

(Hinweis: Der Satz von Desargues.) Man achte darauf, während der Konstruktion nicht vom Blatt abzukommen.

*Man zeige, dass es unmöglich ist, nur mit Hilfe eines Lineals durch einen gegebenen Punkt die zu einer gegebenen Geraden parallele zu zeichnen.

***Aufgabe 41** (Kachelboden zeichnen)

Der Boden ist mit quadratischen Kacheln gepflastert. Auf einer Zeichnung ist das Bild einer Kachel gegeben. Erkläre, wie man alle anderen Kacheln zeichnet.

