Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik
Christian Stump
Moritz Schmitt

Elementargeometrie
Sommersemester 2014
mathseminar.org/Elementargeometrie

1. Übungsblatt

Abgabe am 29/04/14
Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

Aufgabe 1: 10 Punkte

Sei $\mathbb{A}$ ein affiner Raum und $X \subseteq \mathbb{A}$. Beweise die folgenden Aussagen:

(i) Durch je zwei verschiedene Punkte von $\mathbb{A}$ geht genau eine Gerade.

(ii) Eine Teilmenge $X \subseteq \mathbb{A}$ ist genau dann ein affiner Unterraum, wenn $\langle x, y\rangle_{\mathbb{A}} \subseteq X$ für alle $x, y \in X$.

Aufgabe 2: 10 Punkte

(i) Beweise, dass das in der Vorlesung definierte Standardskalarprodukt auf dem $\mathbb{R}^n$ eine positiv definite symmetrische Bilinearform ist.

(ii) Es seien die Vektoren $v, w \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Dann folgt aus $\|v\| = \|w\|$ bereits $\angle(v, v - w) = \angle(w, w - v)$.

Aufgabe 3: 10 Punkte

(i) Assoziativität von Baryzentren: Sei $\mathbb{A}$ ein affiner Raum und $(a_1, \lambda_1), \dots, (a_k, \lambda_k)$ Punktmassen mit $\sum \lambda_i = 1$. Beweise, dass die in der Vorlesung eingeführte Summenoperation in $\sum \lambda_i a_i$ assoziativ ist.

(ii) Zeichne vier Punkte auf ein Blatt Papier, wobei keine drei Punkte auf einer Gerade liegen sollen. Zeichne alle möglichen Baryzentren dieser Punkte ein, in denen die Koeffizienten λ_i alle gleich sind. Kennzeichne welche Punkte welches Baryzentrum darstellen.

Aufgabe 4: 10 Punkte

Seien $(a_1, \lambda_1), \dots, (a_k, \lambda_k)$ Punktmassen eines affinen Raumes $\mathbb{A}$ und $f : \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ eine affine Abbildung. Beweise, dass das Bild des Baryzentrums unter f das Baryzentrum von $(f(a_1), \lambda_1), \dots, (f(a_n), \lambda_n)$ ist.