Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik
Christian Stump
Moritz Schmitt

Elementargeometrie
Sommersemester 2014
`elementargeometrie.mathseminar.org`

2. Übungsblatt

Abgabe am 06/05/14
Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

Aufgabe 1: 2 + 8 Punkte

Betrachte den $\mathbb{R}^3$ als affinen Raum, wobei $\overrightarrow{xy} = y - x$ gelte. Beweise folgende Aussagen:

(i) $\{(0,0,0),(1,0,0),(0,2,0),(0,0,3)\}$ ist ein 3-Bein von $\mathbb{R}^3$.

(ii) Sei $b = (1,1,1) \in \mathbb{R}^3$ ein Vektor der bzgl. des 3-Beins $\{(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ dargestellt ist. Bringe die zentrische Streckung

$$a \mapsto b + 2\overrightarrow{ba}$$

in Matrixform.

Aufgabe 2: 7 + 3 Punkte

Seien $\mathbb{A}, \mathbb{B}$ affine Räume und $f : \mathbb{A} \to \mathbb{B}$ eine affine Abbildung. Zeige folgende Aussagen:

(i) Das Bild eines affinen Unterraumes unter f ist wieder ein affiner Unterraum.

(ii) Seien $a, b, c \in \mathbb{A}$ drei Punkte, die auf einer Gerade liegen. Dann liegen die Punkte $f(a), f(b), f(c)$ ebenfalls auf einer Geraden.

Aufgabe 3: 5 + 5 Punkte

Betrachte das Quadrat mit den Eckpunkten $(0,0),(1,0),(0,1),(1,1)$ in $\mathbb{R}^2$.

(i) Beschreibe alle Kongruenzen von $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ in Matrixform bzgl. des 2-Beins $(0,0),(1,0),(0,1)$.

(ii) Zeige, dass die Menge dieser Kongruenzen eine Gruppe bzgl. der Komposition von Funktionen bildet.

Aufgabe 4: 10 Punkte

Bisher wurden Winkel nur für den *Vektorraum* $\mathbb{R}^n$ definiert. Wie kann man diese Definition auf den affinen Raum $\mathbb{R}^n$ sinnvoll übertragen? Überlege Dir eine Definition des Winkels $\angle(a,b,c)$ im Punkt b zwischen den Halbgeraden, die ausgehend von b durch a und c aufgespannt werden.