Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik
Christian Stump
Moritz Schmitt

Elementargeometrie
Sommersemester 2014
`elementargeometrie.mathseminar.org`

5. Übungsblatt

Abgabe am 27/05/14
Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

Aufgabe 1: 5 + 5 Punkte

Gegeben sei eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung $*$. Seien weiter A, B, C, D vier kollineare Punkte. Dann gilt:

(i) Aus $A * B * C$ und $B * C * D$ folgt $A * B * D$ und $A * C * D$.

(ii) Aus $A * B * D$ und $B * C * D$ folgt $A * B * C$ und $A * C * D$.

Aufgabe 2: 10 Punkte

In einer Inzidenzgeometrie mit Anordnung folgt aus $\overline{AB} = \overline{CD}$ bereits $\{A, B\} = \{C, D\}$, d.h. die Endpunkte eines Segments sind eindeutig bestimmt.

Aufgabe 3: 5 + 5 Punkte

Sei $(P, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung. Beweise folgende Aussagen:

(i) Seien $A, B, C \in P$ kollinear mit $A * B * C$. Dann gilt $\overline{AB} \cup \overline{BC} = \overline{AC}$ und $\overline{AB} \cap \overline{BC} = \{B\}$.

(ii) Sei $\ell \in \mathcal{G}$ und $A, B \in \ell$ verschieden. Dann gilt $\overrightarrow{AB} \cup \overrightarrow{BA} = \ell$ und $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{BA} = \overline{AB}$.

Aufgabe 4: 10 Punkte

Sei $(P, \mathcal{G})$ eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung.

(i) Beweise, dass dann jede endliche Menge von Punkten auf einer Geraden so durch $A_1, \ldots, A_n$ bezeichnet werden kann, dass $A_i * A_j * A_k$ genau dann gilt, wenn $i < j < k$ oder $k < j < i$ gilt.

(ii) Zeige, dass jede Gerade in $\mathcal{G}$ unendliche viele Punkte besitzt. Es gibt also keine endlichen Inzidenzgeometrien mit Anordnung.