

6. Übungsblatt

Abgabe am 03/06/14

Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

Aufgabe 1:

7 + 3 Punkte

Sei (P, \mathcal{G}) eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung in der die Kongruenzaxiome gelten. Seien außerdem $AB \cong CD$ und $E \in \overline{AB}, F \in \overline{CD}$ Mittelpunkte. Beweise folgende Aussagen:

- (i) $AE \cong CF$,
- (ii) Eine Strecke hat höchstens einen Mittelpunkt.

Aufgabe 2:

10 Punkte

Sei (P, \mathcal{G}) eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung in der die Kongruenzaxiome gelten. Seien $O \neq A \in P$. Beweise folgende Aussagen:

- (i) Jede Gerade durch O schneidet den Kreis $\mathbf{S}(O, A)$ in genau zwei Punkten.
- (ii) $\mathbf{S}(O, A)$ besteht aus unendlich vielen Punkten.

Aufgabe 3:

$\frac{10}{3} + \frac{10}{3} + \frac{10}{3}$ Punkte

In dieser Aufgabe untersuchen wir Modelle mit unterschiedlichen Kongruenzbegriffen. Sei $(\mathbb{R}^2, \mathcal{G})$ die kartesische Ebene. In der Vorlesung wurde gezeigt, dass dieses Modell eine Inzidenzgeometrie mit Anordnung ist, und dass mit dem Euklidischen Abstand $d : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ auch die Kongruenzaxiome gelten. Seien $A = (a_1, a_2), B = (b_1, b_2) \in \mathbb{R}^2$.

- (i) Welche Kongruenzaxiome gelten, falls der Abstand gegeben ist durch

$$d_1(A, B) = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| \quad ?$$

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt $(0, 0)$ und Radius 1 bzgl. d_1 .

- (ii) Welche Kongruenzaxiome gelten, falls der Abstand gegeben ist durch

$$d_2(A, B) = \sup \{ |a_1 - b_1|, |a_2 - b_2| \} \quad ?$$

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt $(0, 0)$ und Radius 1 bzgl. d_2 .

(iii) Welche Kongruenzaxiome gelten, falls der Abstand gegeben ist durch

$$d_3(A, B) = \begin{cases} d(A, B) & \text{falls das Segment horizontal oder vertikal ist,} \\ 2d(A, B) & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeichne einen Kreis mit Mittelpunkt $(0,0)$ und Radius 1 bzgl. d_3 .

Aufgabe 4:

3 + 3 + 2 + 2 Punkte

Wir sprechen von der *Dreiecksungleichung*, falls für drei beliebige verschiedene Punkte A, B, C die Ungleichung $AC \leq AB + BC$ gilt.

- (i) Zeige, dass die Dreiecksungleichung im Standardmodell gilt.
- (ii) Beweise die Gültigkeit der Dreiecksungleichung in der kartesischen Ebene mit dem Abstandsbegriff d_1 in Aufgabe 3(i).
- (iii) Malt ein Bild von einem männlichen Schnabeltier. Bitte achtet auf die maßstabsgetreue Darstellung der Giftsporne auf Knöchelhöhe.
- (iv) Zeige, dass die Dreiecksungleichung *nicht* in der kartesischen Ebene mit dem Abstandsbegriff d_3 in Aufgabe 3(iii).