

## 9. Übungsblatt

Abgabe am 24/06/14

Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

### Aufgabe 1:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und in ihr ein Kreis  $\mathbf{S}(O, A)$ . Zeige, dass das Innere des Kreises konvex ist, d.h. für je zwei Punkte  $B, C$  im Inneren liegt jeder Punkt  $D$  mit  $B * D * C$  ebenfalls im Inneren. Dabei darf Proposition I.19 (Buch I, Prop. 19) aus Euklids Elementen verwendet werden. Diese Propostion findet sich zum Beispiel im Buch von Hartshorne auf Seite 482.

### Aufgabe 2:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene. Zwei Kreise  $\Gamma$  und  $\Gamma'$ , die sich in einem Punkt  $B$  treffen, sind genau dann tangential, wenn die Tangente von  $\Gamma$  an  $B$  gleich der Tangente von  $\Gamma'$  an  $B$  ist.

### Aufgabe 3:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und zwei Kreise  $\Gamma = \mathbf{S}(O, A)$  und  $\Gamma' = \mathbf{S}(O', A')$ , die im Punkt  $B$  zueinander tangential sind. Beweise, dass dann entweder  $\Gamma$  vollständig im Inneren oder vollständig im Äußeren von  $\Gamma'$  liegt (abgesehen von dem Punkt  $B$ ).

### Aufgabe 4:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und in ihr ein Dreieck  $\Delta(ABC)$ . Zeige, dass sich die drei Winkelhalbierenden in einem Punkt schneiden und den Mittelpunkt eines Kreises bilden, der alle Seiten des Dreiecks berührt.