

9. Übungsblatt

Abgabe am 24/06/14

Name, Matrikelnummer und Tutorium auf Abgabe notieren

Aufgabe 1:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und in ihr ein Kreis $\mathbf{S}(O, A)$. Zeige, dass das Innere des Kreises konvex ist, d.h. für je zwei Punkte B, C im Inneren liegt jeder Punkt D mit $B * D * C$ ebenfalls im Inneren. Dabei darf Proposition I.19 (Buch I, Prop. 19) aus Euklids Elementen verwendet werden. Diese Propostion findet sich zum Beispiel im Buch von Hartshorne auf Seite 482.

Aufgabe 2:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene. Zwei Kreise Γ und Γ' , die sich in einem Punkt B treffen, sind genau dann tangential, wenn die Tangente von Γ an B gleich der Tangente von Γ' an B ist.

Aufgabe 3:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und zwei Kreise $\Gamma = \mathbf{S}(O, A)$ und $\Gamma' = \mathbf{S}(O', A')$, die im Punkt B zueinander tangential sind. Beweise, dass dann entweder Γ vollständig im Inneren oder vollständig im Äußeren von Γ' liegt (abgesehen von dem Punkt B).

Aufgabe 4:

10 Punkte

Gegeben sei eine Hilbertebene und in ihr ein Dreieck $\Delta(ABC)$. Zeige, dass sich die drei Winkelhalbierenden in einem Punkt schneiden und den Mittelpunkt eines Kreises bilden, der alle Seiten des Dreiecks berührt.