Freie Universität Berlin
Fachbereich Mathematik und Informatik
Christian Stump, Mark Ullmann

Lineare Algebra II (lehramtsbezogen)
Wintersemester 2015/16
www.mathseminar.org/2015/LineareAlgebra2

# 0. Übungsblatt

**Abgabe: 19. Oktober 2015, wird nicht korrigiert**

**Aufgabe 0.1:** 0 Punkte

Seien $A, B$ Mengen und sei $f \subseteq A \times B$ eine Funktion.

1. Welche Bedingungen muß $f$ erfüllen, damit es eine *Funktion* ist?
2. Was bedeutet $f$ ist *injektiv/surjektiv/bijektiv*?
3. Wann kann man davon sprechen, dass $f$ eine *lineare Funktion* ist?
4. Was ist eine *Äquivalenzrelation*? Kann eine Funktion auch eine Äquivalenzrelation sein?

**Aufgabe 0.2:** 0 Punkte

Sei $\mathbb{Z}_m = \{i + m\mathbb{Z} : i \in \mathbb{Z}\}$ die zyklische Gruppe mit $m$ Elementen.

1. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}_m$ mit der Addition $(i + m\mathbb{Z}) + (j + m\mathbb{Z}) := (i + j + m\mathbb{Z})$ eine Gruppe ist.
2. Zeigen Sie, dass $\mathbb{Z}_3$ bis auf Isomorphie die einzige Gruppe mit 3 Elementen ist.

   **Hinweis:** Betrachten Sie alle möglichen Gruppentafeln auf 3 Elementen.
3. Ist $\mathbb{Z}_4$ bis auf Isomorphie die einzige Gruppe mit 4 Elementen?

**Aufgabe 0.3:** 0 Punkte

Diskutieren Sie folgende Aussagen:

1. Alle linearen Abbildungen sind injektiv oder surjektiv.
2. Jede quadratische Matrix $M \in \mathbb{R}^{n\times n}$ hat Determinante 0 oder ist nicht invertierbar.
3. Die komplexen Zahlen $\mathbb{C}$ bilden einen Vektorraum über den reellen Zahlen $\mathbb{R}$.

**Aufgabe 0.4:** 0 Punkte

Sei für $\lambda \in \mathbb{R}$ die Matrix $M \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ gegeben durch

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & \lambda & 6 \\ -1 & 3 & \lambda - 3 \end{bmatrix}.$$

1. Berechnen Sie die Determinante von $M$.
2. Berechnen Sie alle Lösungen $x$ des linearen Gleichungssystems $Mx = b$ für $b = (1, 6, 0)^T$.