

0. Übungsblatt

Abgabe: 19. Oktober 2015, wird nicht gewertet

Aufgabe 0.1:

0 Punkte

Seien A, B Mengen und sei $f \subseteq A \times B$ eine Funktion.

1. Welche Bedingungen muß f erfüllen, damit es eine *Funktion* ist?
2. Was bedeutet f ist *injektiv/surjektiv/bijektiv*?
3. Wann kann man davon sprechen, dass f eine *lineare Funktion* ist?
4. Was ist eine *Äquivalenzrelation*? Kann eine Funktion auch eine Äquivalenzrelation sein?

Aufgabe 0.2:

0 Punkte

Sei $\mathbb{Z}_m = \{i + m\mathbb{Z} : i \in \mathbb{Z}\}$ die zyklische Gruppe mit m Elementen.

1. Zeigen Sie, dass \mathbb{Z}_m mit der Addition $(i + m\mathbb{Z}) + (j + m\mathbb{Z}) := (i + j + m\mathbb{Z})$ eine Gruppe ist.
2. Zeigen Sie, dass \mathbb{Z}_3 bis auf Isomorphie die einzige Gruppe mit 3 Elementen ist.
Hinweis: Betrachten Sie alle möglichen Gruppentafeln auf 3 Elementen.
3. Ist \mathbb{Z}_4 bis auf Isomorphie die einzige Gruppe mit 4 Elementen?

Aufgabe 0.3:

0 Punkte

Diskutieren Sie folgende Aussagen:

1. Alle linearen Abbildungen sind injektiv oder surjektiv.
2. Jede quadratische Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ hat Determinante 0 oder ist nicht invertierbar.
3. Die komplexen Zahlen \mathbb{C} bilden einen Vektorraum über den reellen Zahlen \mathbb{R} .

Aufgabe 0.4:

0 Punkte

Sei für $\lambda \in \mathbb{R}$ die Matrix $M \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben durch

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & \lambda & 6 \\ -1 & 3 & \lambda - 3 \end{bmatrix}.$$

1. Berechnen Sie die Determinante von M .
2. Berechnen Sie alle Lösungen x des linearen Gleichungssystems $Mx = b$ für $b = (1, 6, 0)^T$.