

Übungsaufgaben zur Vorlesung *Mathematisches Panorama*

Dr. Moritz Firsching, Dr. Jonathan Spreer
Sommersemester 2017

Blatt 4

Donnerstag, 2. XI. 2017



CARL FRIEDRICH GAUSS

Anzeige von *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda*,
Göttingische gelehrte Anzeigen, 23. April 1831, S. 169–178.

Aufgabe 13 (Eindeutigkeit der Zahlendarstellungen)

Diskutieren Sie, in welchen der Ihnen bekannten Zahlenbereichen die Darstellung der Elemente (also der Zahlen) eindeutig ist. Wie könnte man in den Fällen, in denen die Darstellung nicht eindeutig ist, einen eindeutigen Repräsentanten erhalten?

Aufgabe 14 (Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen)

- (a) Es sei $x \in [0, 1]$ eine reelle Zahl mit periodischer Dezimaldarstellung mit Periode der Länge k ; x ist also von folgender Form:

$$x = 0.a_1a_2 \dots a_{n-1}a_n \overline{b_1b_2 \dots b_{k-1}b_k}.$$

Zeigen Sie, dass $x \in \mathbb{Q}$; sich also x schreiben als $\frac{p}{q}$ lässt!

- (b) Es sei nun eine rationale Zahl $x = \frac{p}{q}$ gegeben. Zeigen Sie, dass $x = \frac{p}{q}$ als eine reelle Zahl mit periodischer (oder endlicher, also Periode der Länge 0) aufgefasst werden kann! Hinweis: Diese Aufgabe könnte etwas schwierig sein; benutzen Sie externe Quellen und unter Umständen den Satz von Euler-Fermat.

Aufgabe 15 (Periodenlänge bei Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen)

Berechnen Sie die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$ für $n = 2, 3, \dots, 20$ auf 30 Stellen genau. Diese Zahlen sind alle rational, daher wiederholen sich Ziffern oder Ziffernblöcke irgendwann. Was ist jeweils die Länge der sich wiederholenden Ziffernblöcke? Gibt es eine Gesetzmäßigkeit? Finden Sie die Dezimaldarstellung von $\frac{404042}{3333333}$.

Aufgabe 16 (Weitere mathematische Konstanten)

Finden Sie Informationen über mathematische Konstanten, die nicht in der Vorlesung behandelt wurden. Wie lautet eine Definition dieser Konstante? Wann wurde sie von wem zuerst beschrieben? Wie viele Dezimalstellen der Zahl wurden bisher bestimmt? Warum ist die Konstante interessant.