

Übungsaufgaben zur Vorlesung *Mathematisches Panorama*

Dr. Moritz Firsching, Dr. Jonathan Spreer

Sommersemester 2017

Blatt 8

Donnerstag, 7. XII. 2017



Werbung für *IBM 604 Electronic Calculating Punch*, 1951

Aufgabe 27 (Begabtenförderung)

Welche Möglichkeiten zur Förderung von mathematisch besonders interessierten Schülern gibt es? Welche besonderen Möglichkeiten gibt es in Berlin? Was sind die Zielgruppen und Organisationsformen von der *Mathematikolympiade*, dem *Bundeswettbewerb Mathematik*, dem *Känguru der Mathematik*, von *Mathe im Advent*, von *Jugend forscht*, von der *Deutsche SchülerAkademie* und welche Rolle spielen Mathematiklehrer dabei? Machen Sie sich exemplarisch Aufgaben aus den verschiedenen Wettbewerben in verschiedenen Stufen für verschiedene Altersgruppen vertraut.

Aufgabe 28 (aktuelle mathematische Forschung)

Welchen Möglichkeiten haben Sie, nach Ihrem Studium sich über aktuelle mathematischer Forschung zu informieren? Lesen Sie einen *Schnappschuss moderner Mathematik*, die sie (auf deutsch und auf englisch) hier finden:

<http://www.mfo.de/math-in-public/snapshots>.

Aufgabe 29 (Rechenhilfsmittel)

Informieren Sie sich über Funktionsweisen von Abakus und Rechenschieber. Welche Rolle spielen Taschenrechner im Mathematikunterricht?

Die Aufgaben 1) - 16) sind einschließlich der Probe *ohne Taschenrechner* zu lösen; es sind jeweils alle Lösungen anzugeben:

1) $\frac{20x+2}{6x+6} - 1 = \frac{6x-4}{2x+2}$

2) $2 \cdot \sin 2x = \tan x$

3) $\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x} = 2$

4) $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = 3 \frac{x-3}{x^2-9}$

5) $\sqrt{14+x} + \sqrt{11+x} = \frac{6}{\sqrt{14+x}}$

6) $15^{3x-7} = \sqrt[3]{225^{2x+5}}$

7) $\sqrt{x - \sqrt{8x}} = \sqrt{6}$

8) $\frac{3x}{\frac{x}{3} + \frac{3}{x}} = 8$

9) $\frac{x+5}{x-7} - \frac{x-7}{x+5} = \frac{3}{2}$

10) $625^{\frac{12x+7}{x}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{4}{x}}$

11) $64^{x^2-2} = \frac{1}{4} \cdot 4^{3x+1}$

12) $\frac{\sqrt{x+5} + \sqrt{x-5}}{\sqrt{x+5} - \sqrt{x-5}} = 5$

13) $7 \cdot \sqrt{9x} = 3^{7x-8} + 4 \cdot 3^x$

14) $1000^x - 2 \cdot 100^x = 3 \cdot 10^x$

15) $\sqrt{x\sqrt{x} - x} + \sqrt{x} = x$

16) $\sqrt{8x \cdot \sqrt[3]{8x}} - \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \frac{27}{4}$

Teil 2

Aufgabe 17 Der Umfang eines Rechtecks beträgt 38 cm. Das Quadrat über der Diagonalen hat einen Flächeninhalt von 205 cm². Berechnen Sie die Länge und Breite des Rechtecks!

Aufgabe 18 Ein leeres Schwimmbecken kann durch eine Zuleitung in 20 Stunden gefüllt werden. Dasselbe Schwimmbecken kann durch den Abfluss in 28 Stunden vollständig entleert werden. Zu Beginn der Badesaison ist das Becken leer. Der Bademeister dreht die Zuleitung auf, vergisst aber, den Abfluss zu schließen. Wie viele Stunden dauert es, bis das Becken trotzdem voll ist?

Aufgabe 19 Um jeden Eckpunkt eines Quadrates wird ein Kreis gezeichnet, dessen Radius so groß ist wie die halbe Diagonale des Quadrates. Die vier Kreise haben mit den vier Quadratseiten insgesamt **acht** Schnittpunkte. Zeigen Sie, dass diese acht Punkte die Eckpunkte eines **regelmäßigen Achtecks** sind.

Aufgabe 20 Ein Quader mit einer Oberfläche von 8800 cm² hat eine Raumdiagonale der Länge 90 cm. Wie lang sind die 12 Kanten des Quaders zusammen?

Aufgabe 21 Ein Quader hat als Grundfläche ein Rechteck mit den Seiten $a = 26$ und $b = 24$. Wie muss die Höhe h des Quaders gewählt werden, wenn zwei Raumdiagonalen des Quaders senkrecht aufeinander stehen sollen? Berechnen Sie zwei mögliche Werte für h !

Aufgabe 22 Ein Quader hat Kanten der Länge 3 m, 4 m und 12 m. Von den vier Raumdiagonalen des Quaders werden zwei ausgewählt und ihr Schnittwinkel berechnet. Welche Ergebnisse sind dabei möglich?

Aufgabe 23 Ein Dreieck hat zwei gleich große Seiten der Länge $s = 17$ cm und den Flächeninhalt 120 cm². Berechnen Sie zwei mögliche Werte für die Länge der dritten Seite!

Aufgabe 24 Gegeben ist ein Holzmodell in Form eines Kegels mit der Höhe $h = 20$ cm. Der Kegel soll durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche in zwei volumengleiche Teile zersägt werden. In welcher Höhe über der Grundfläche muss der Schnitt ausgeführt werden?

Aufgabe 25 a) Um wie viel Prozent ändert sich der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks, wenn man eine Kathete um 20 % verkürzt und die andere um 20 % verlängert?
b) Eine Gurke besteht zu 90 % aus Wasser und wiegt 500 g. Nach einigen Tagen in der Küche ist ein Teil des Wassers verdunstet, und die Gurke besteht nur noch zu 80 % aus Wasser. Wie schwer ist sie dann?

Aufgaben „Mittelstufen-Niveau“ aus einem „Brandbrief“, der diesjährig im Tagesspiegel erschien: <http://bit.ly/2oDbJJg>. Siehe auch den begleitenden Artikel <http://bitly.com/2p1iFfQ> sowie eine Stellungnahme von DZLM: <http://bit.ly/2nE8tZE>