

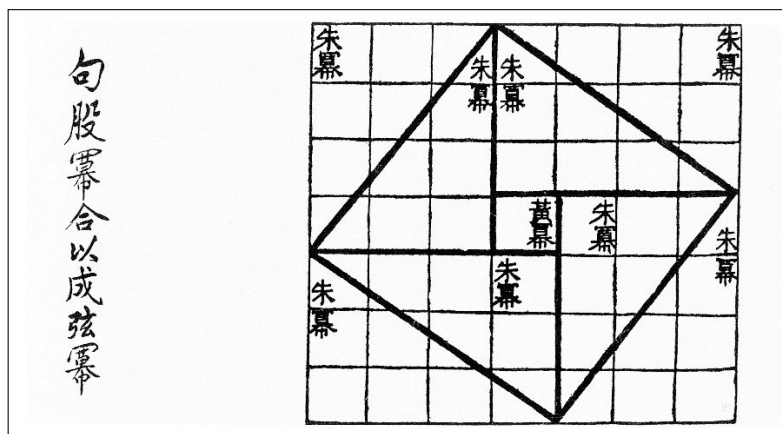
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik (LWB)*

Dr. Jonathan Spreer, Dr. Daniel Pitteloud

Sommersemester 2018

Blatt 3

Freitag, 9. III. 2018



CHOU PEI SUAN CHING, 500–200 v.Chr.

Aufgabe 7 (Beweistechniken)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen jeweils mit der angegebenen Beweistechnik.

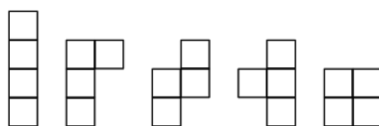
Beweis durch Widerspruch: $\sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl, d.h., es existiert kein $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$, so dass $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$.

Schubfachprinzip: Jede Untermenge von $\{1, 2, \dots, 11\}$ der Ordnung 7 enthält zwei Elemente, die aufsummiert 12 ergeben.

Vollständige Induktion: Es gilt $\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$.

Aufgabe 8 (Mehr Beweise)

- Betrachten Sie obige Abbildung und benutzen sie diese um einen Beweis für den Satz des Pythagoras zu geben.
- Erstellen Sie eine vollständige Liste aller Primzahltrillinge.¹
- Zeigen Sie: Die unten abgebildeten Tetrissteine können nicht zu einem Rechteck zusammengelegt werden.



¹Ein Primzahltrilling soll hier ein 3-Tupel (p_1, p_2, p_3) sein, so dass p_i prim, $1 \leq i \leq 3$, und $p_1 + 2 = p_2$, $p_2 + 2 = p_3$.

Aufgabe 9 (Wahre unbeweisbare Aussagen)

Finden Sie mathematische Aussagen, die Sie für wahr halten, von denen Sie aber nicht erwarten, dass sie jemals bewiesen werden können.

Aufgabe X (Mathematischer Textsatz mit L^AT_EX)

Ordnen sie die umseitig aufgeführten Beispiele für L^AT_EX-Quellcode dem jeweiligen output zu.

- (1) $\left(\int \left|f(x)+g(x)\right|^p dx\right)^{1/p} \leq \left(\int \left|f(x)\right|^p dx\right)^{1/p} + \left(\int \left|g(x)\right|^p dx\right)^{1/p}$.
- (2) $=, \pi, e, \int, \log, \sin, \leq, \sqrt{\quad}, \text{forall}, \aleph$
- (3)

```
\begin{tikzpicture}
\draw[dashed,color=gray] (0,0) arc (-90:90:0.5 and 1.5);
\draw[semithick] (0,0) -- (4,1);
\draw[semithick] (0,3) -- (4,2);
\draw[semithick] (0,0) arc (270:90:0.5 and 1.5);
\draw[semithick] (4,1.5) ellipse (0.166 and 0.5);
\draw (-1,1.5) node {\vphantom d_1$};
\draw (3.3,1.5) node {\vphantom d_2$};
\draw[|-,semithick] (0,-0.5) -- (4,-0.5);
\draw[|-,semithick] (4,-0.5) -- (4.5,-0.5);
\draw (0,-1) node {$x=0$};
\draw (4,-1) node {$x=1$};
\end{tikzpicture}
```
- (4)

```
\begin{tabular}{|r|l|}\hline
7C0 & hexadecimal \\
3700 & octal \\ \cline{2-2}
11111000000 & binary \\
\hline \hline
1984 & decimal \\ \hline
\end{tabular}
```
- (5) $V(x_1, x_2, \dots, x_n) =$

```
\begin{pmatrix}
1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\
1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\
1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1}
\end{pmatrix}
```
- (6)

```
\begin{tikzpicture}
\path coordinate (A) at (0,0)
coordinate (B) at (-60:12cm)
coordinate (C) at (240:12cm);
\foreach \density in {20,30,...,180}{%
\draw[fill=blue!\density]
(A)--(B)--(C)--cycle;
\path (A) coordinate (X)
-- (B) coordinate[pos=.15] (A)
-- (C) coordinate[pos=.15] (B)
-- (X) coordinate[pos=.15] (C);}
\end{tikzpicture}
```
- (7) $\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} \approx 1.644934$
- (8) $\det V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$

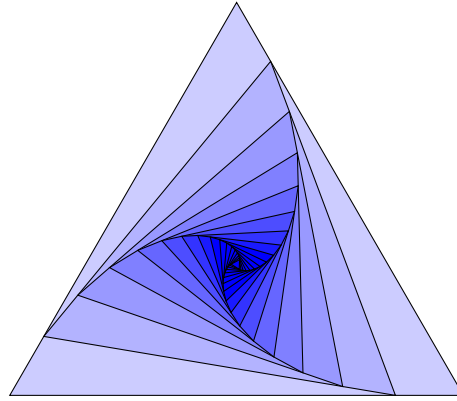
(A)

$$\det V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$

(B)

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6} \approx 1.644934$$

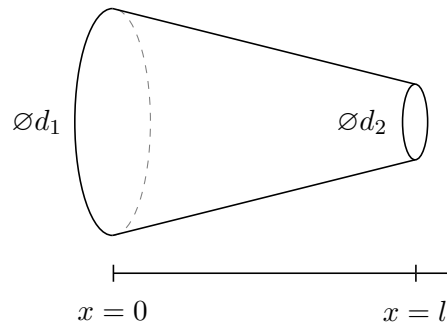
(C)



(D)

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

(E)



(F)

$$=, \pi, e, \int, \log, \sin, \leq, \sqrt, \forall, \aleph$$

(G)

$$\left(\int |f(x) + g(x)|^p dx \right)^{1/p} \leq \left(\int |f(x)|^p dx \right)^{1/p} + \left(\int |g(x)|^p dx \right)^{1/p}.$$

(H)

7C0	hexadecimal
3700	octal
11111000000	binary
1984	decimal