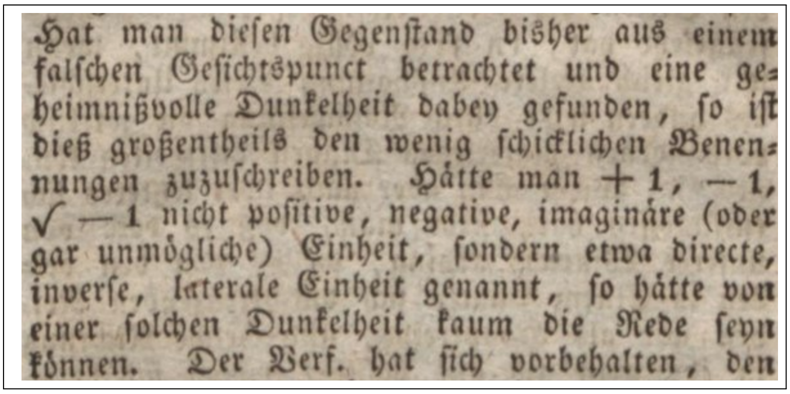
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik (LWB)*

Dr. Jonathan Spreer, Dr. Daniel Pitteloud

Sommersemester 2018

Blatt 5 Freitag, 23. III. 2018



Hat man dieſen Gegenſtand bisher aus einem falſchen Geſichtspunct betrachtet und eine geheimnißvolle Dunkelheit dabey gefunden, ſo iſt dieß großentheils den wenig ſchicklichen Benennungen zuzuſchreiben. Hätte man $+1$, -1, $\sqrt{-1}$ nicht poſitive, negative, imaginäre (oder gar unmögliche) Einheit, ſondern etwa directe, inverſe, laterale Einheit genannt, ſo hätte von einer ſolchen Dunkelheit kaum die Rede ſeyn können. Der Verf. hat ſich vorbehalten, den

Carl Friedrich Gauss
Anzeige von *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda*,
Göttingische gelehrte Anzeigen, 23. April 1831, S. 169–178.

Aufgabe 13 (Rationale Potenz irrationaler Zahlen)

Beweisen Sie oder widerlegen Sie: es gibt zwei irrationale Zahlen $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, so dass $a^b \in \mathbb{Q}$.

Aufgabe 14 (Periodenlänge bei Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen)

- Berechnen Sie die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$ für $n = 2, 3, \ldots 20$ auf 30 Stellen genau. Diese Zahlen sind alle rational, daher wiederholen sich Ziffern oder Ziffernblöcke irgendwann.
- Für welche Werte von n, $n > 1$ beliebig, hat die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$ nur endlich viele Nachkommastellen (d.h., keine Periode)?
- Für alle anderen Werte von n: Was ist die Länge der sich wiederholenden Ziffernblöcke (die Periode) für die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$?

Hinweis: Die Antwort findet sich auf
`http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/periodenlaenge.htm`

Aufgabe 15 (Heron-Verfahren)

Zur Berechnung der Wurzel einer positiven Zahl kann man das Heron-Verfahren verwenden. Dafür wählt man eine beliebige positive Zahl y_0 als Startwert (üblicher Weise ein Schätzwert für die Wurzel) und führt wiederholt folgende Rechnung durch:

$$y_{i+1} = \frac{1}{2}\left(y_i + \frac{a}{y_i}\right).$$

Wählen sie eine positive reelle Zahl a und berechnen Sie einige Schritte im Heron-Verfahren um $\sqrt{a}$ zu berechnen. Wie gut ist die Approximation, die Sie dabei erhalten? Vergleichen sie das Heron-Verfahren mit Intervalschachtelung.