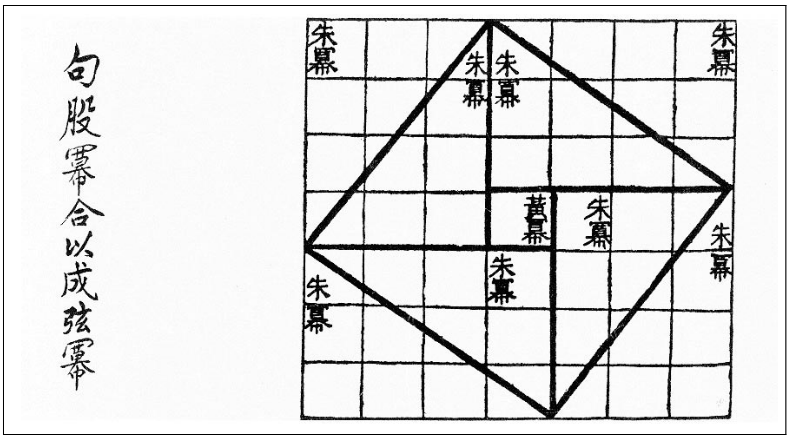
Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik (LWB)*

Dr. Jonathan Spreer, Dr. Daniel Pitteloud

Sommersemester 2018

Blatt 3 Freitag, 9. III. 2018



Chou Pei Suan Ching, 500–200 v.Chr.

Aufgabe 7 (Beweistechniken)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen jeweils mit der angegebenen Beweistechnik.

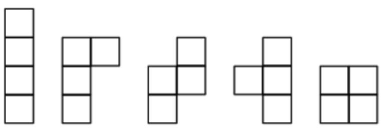
Beweis durch Widerspruch: $\sqrt{2}$ ist eine irrationale Zahl, d.h., es existiert kein $n \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{N}$, so dass $\sqrt{2} = \frac{n}{m}$.

Schubfachprinzip: Jede Untermenge von $\{1, 2, \dots, 11\}$ der Ordnung 7 enthält zwei Elemente, die aufsummiert 12 ergeben.

Vollständige Induktion: Es gilt $\sum_{i=1}^{n} (2i - 1) = n^2$.

Aufgabe 8 (Mehr Beweise)

- Betrachten Sie obige Abbildung und benutzten sie diese um einen Beweis für den Satz des Pythagoras zu geben.
- Erstellen Sie eine vollständige Liste aller Primzahldrillinge.[1]
- Zeigen Sie: Die unten abgebildeten Tetrissteine können nicht zu einem Rechteck zusammengelegt werden.



[1]Ein Primzahldrilling soll hier ein 3-Tupel (p_1, p_2, p_3) sein, so dass p_i prim, $1 \leq i \leq 3$, und $p_1 + 2 = p_2$, $p_2 + 2 = p_3$.

Aufgabe 9 (Wahre unbeweisbare Aussagen)

Finden Sie mathematische Aussagen, die Sie für wahr halten, von denen Sie aber nicht erwarten, dass sie jemals bewiesen werden können.

Aufgabe X (Mathematischer Textsatz mit LaTeX)

Ordnen sie die umseitig aufgeführten Beispiele für LaTeX-Quellcode dem jeweiligen output zu.

(1)
```
\left(\int \left|f(x)+g(x)\right|^p\,dx \right)^{1/p} \leq
\left(\int \left|f(x)\right|^p\,dx \right)^{1/p} +
\left(\int \left|g(x)\right|^p\,dx \right)^{1/p}.
```

(2)
```
=, \pi, e, \int, \log, \sin, \leq, \sqrt{}, \forall, \aleph
```

(3)
```
\begin{tikzpicture}
 \draw[dashed,color=gray] (0,0) arc (-90:90:0.5 and 1.5);
 \draw[semithick] (0,0) -- (4,1);
 \draw[semithick] (0,3) -- (4,2);
 \draw[semithick] (0,0) arc (270:90:0.5 and 1.5);
 \draw[semithick] (4,1.5) ellipse (0.166 and 0.5);
 \draw (-1,1.5) node {$\varnothing d_1$};
 \draw (3.3,1.5) node {$\varnothing d_2$};
 \draw[|-,semithick] (0,-0.5) -- (4,-0.5);
 \draw[|->,semithick] (4,-0.5) -- (4.5,-0.5);
 \draw (0,-1) node {$x=0$};
 \draw (4,-1) node {$x=1$};
\end{tikzpicture}
```

(4)
```
\begin{tabular}{|r|l|}\hline
  7C0 & hexadecimal \\
  3700 & octal \\ \cline{2-2}
  11111000000 & binary \\
  \hline \hline
  1984 & decimal \\\hline
\end{tabular}
```

(5)
```
V (x_1, x_2, \ldots , x_n) =
\begin{pmatrix}
  1      & x_1    & x_1^2  & \cdots & x_1^{n-1} \\
  1      & x_2    & x_2^2  & \cdots & x_2^{n-1} \\
  1      & x_3    & x_3^2  & \cdots & x_3^{n-1} \\
  \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots    \\
  1      & x_n    & x_n^2  & \cdots & x_n^{n-1}
\end{pmatrix}
```

(6)
```
 \begin{tikzpicture}
   \path coordinate (A) at (0,0)
         coordinate (B) at (-60:12cm)
         coordinate (C) at (240:12cm);
   \foreach \density in {20,30,...,180}{%
       \draw[fill=blue!\density]
            (A)--(B)--(C)--cycle;
        \path (A) coordinate (X)
           -- (B) coordinate[pos=.15](A)
           -- (C) coordinate[pos=.15](B)
           -- (X) coordinate[pos=.15](C);}
 \end{tikzpicture}
```

(7)
```
\zeta(2) = \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^2}
         = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}
            + \cdots = \frac{\pi^2}{6} \approx 1.644934
```

(8)
```
\det V(x_1,x_2, \ldots, x_n) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)
```

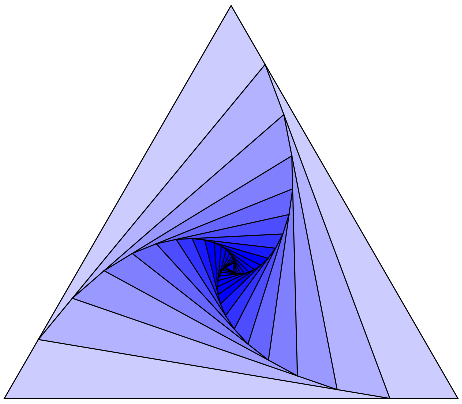
(A)

$$\det V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{1 \le i < j \le n} (x_j - x_i)$$

(B)

$$\zeta(2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6} \approx 1.644934$$

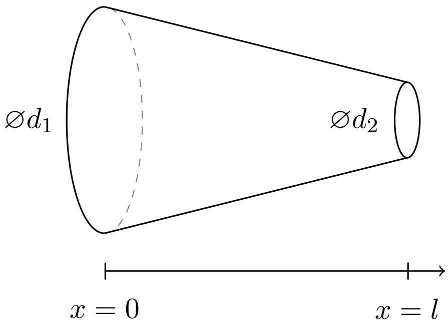
(C)



(D)

$$V(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ 1 & x_3 & x_3^2 & \cdots & x_3^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

(E)



(F)

$$=, \pi, e, \int, \log, \sin, \le, \surd, \forall, \aleph$$

(G)

$$\left(\int |f(x) + g(x)|^p \, dx \right)^{1/p} \le \left(\int |f(x)|^p \, dx \right)^{1/p} + \left(\int |g(x)|^p \, dx \right)^{1/p}.$$

(H)

7C0	hexadecimal
3700	octal
11111000000	binary
1984	decimal