

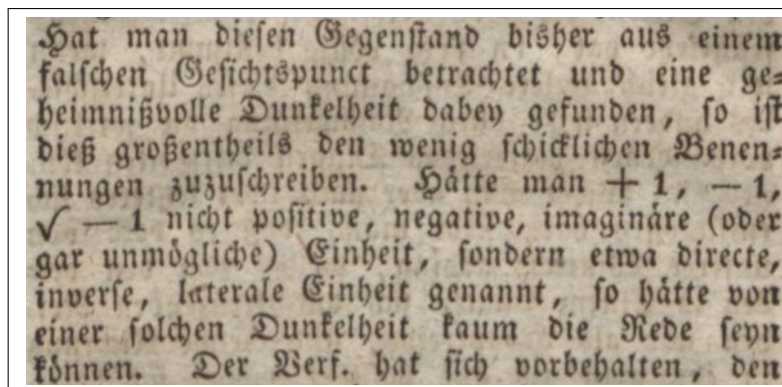
# Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik (LWB)*

Dr. Jonathan Spreer, Dr. Daniel Pitteloud

Sommersemester 2018

Blatt 3

Freitag, 23. III. 2018



CARL FRIEDRICH GAUSS

Anzeige von *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda*,  
Göttingische gelehrte Anzeigen, 23. April 1831, S. 169–178.

## Aufgabe 7 (Rationale Potenz irrationaler Zahlen)

Beweisen Sie oder widerlegen Sie: es gibt zwei irrationale Zahlen  $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ , so dass  $a^b \in \mathbb{Q}$ .

## Aufgabe 8 (Periodenlänge bei Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen)

- Berechnen Sie die Dezimaldarstellung von  $\frac{1}{n}$  für  $n = 2, 3, \dots, 20$  auf 30 Stellen genau. Diese Zahlen sind alle rational, daher wiederholen sich Ziffern oder Ziffernblöcke irgendwann.
- Für welche Werte von  $n$ ,  $n > 1$  beliebig, hat die Dezimaldarstellung von  $\frac{1}{n}$  nur endlich viele Nachkommastellen (d.h., keine Periode)?
- Für alle anderen Werte von  $n$ : Was ist die Länge der sich wiederholenden Ziffernblöcke (die Periode) für die Dezimaldarstellung von  $\frac{1}{n}$ ?

**Hinweis:** Die Antwort findet sich auf

<http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/periodenlaenge.htm>

## Aufgabe 9 (Heron-Verfahren)

Zur Berechnung der Wurzel einer positiven Zahl kann man das Heron-Verfahren verwenden. Dafür wählt man eine beliebige positive Zahl  $y_0$  als Startwert (üblicher Weise ein Schätzwert für die Wurzel) und führt wiederholt folgende Rechnung durch:

$$y_{i+1} = \frac{1}{2} \left( y_i + \frac{a}{y_i} \right).$$

Wählen sie eine positive reelle Zahl  $a$  und berechnen Sie einige Schritte im Heron-Verfahren um  $\sqrt{a}$  zu berechnen. Wie gut ist die Approximation, die Sie dabei erhalten? Vergleichen sie das Heron-Verfahren mit Intervalschachtelung.