

Übungsaufgaben zur Vorlesung *Panorama der Mathematik (LWB)*

Dr. Jonathan Spreer, Dr. Daniel Pitteloud

Sommersemester 2018

Blatt 3

Freitag, 23. III. 2018



CARL FRIEDRICH GAUSS

Anzeige von *Theoria residuorum biquadraticorum, commentatio secunda*,
Göttingische gelehrte Anzeigen, 23. April 1831, S. 169–178.

Aufgabe 7 (Rationale Potenz irrationaler Zahlen)

Beweisen Sie oder widerlegen Sie: es gibt zwei irrationale Zahlen $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, so dass $a^b \in \mathbb{Q}$.

Aufgabe 8 (Periodenlänge bei Dezimaldarstellungen rationaler Zahlen)

- Berechnen Sie die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$ für $n = 2, 3, \dots, 20$ auf 30 Stellen genau. Diese Zahlen sind alle rational, daher wiederholen sich Ziffern oder Ziffernblöcke irgendwann.
- Für welche Werte von n , $n > 1$ beliebig, hat die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$ nur endlich viele Nachkommastellen (d.h., keine Periode)?
- Für alle anderen Werte von n : Was ist die Länge der sich wiederholenden Ziffernblöcke (die Periode) für die Dezimaldarstellung von $\frac{1}{n}$?

Hinweis: Die Antwort findet sich auf

<http://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/periodenlaenge.htm>

Aufgabe 9 (Heron-Verfahren)

Zur Berechnung der Wurzel einer positiven Zahl kann man das Heron-Verfahren verwenden. Dafür wählt man eine beliebige positive Zahl y_0 als Startwert (üblicher Weise ein Schätzwert für die Wurzel) und führt wiederholt folgende Rechnung durch:

$$y_{i+1} = \frac{1}{2} \left(y_i + \frac{a}{y_i} \right).$$

Wählen sie eine positive reelle Zahl a und berechnen Sie einige Schritte im Heron-Verfahren um \sqrt{a} zu berechnen. Wie gut ist die Approximation, die Sie dabei erhalten? Vergleichen sie das Heron-Verfahren mit Intervalschachtelung.