

**0. Übung zur Vorlesung  
Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS 2018/19)  
Dr. J.-P. Labbé, Prof. Dr. C. Lange**

**verschiedene Wahrscheinlichkeiten**

Diskussionsaufgaben für die erste Übung, keine Abgabe

---

**1. Aufgabe: Chaos im Museum**

Jan, Klaus und Lisa besuchen das Neue Museum und geben ihre Jacken in der Garderobe ab. Als sie das Museum später verlassen möchten, gibt es einen anderen Mitarbeiter an der Garderobe, der nicht weiß, wem die Jacken gehören. Daher gibt er die Jacken zufällig zurück, sodass jede Verteilung der Jacken die gleiche Wahrscheinlichkeit hat.

- a) Beschreiben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum. Was ist  $\Omega$ ?  $\mathbb{P}$ ?
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass keiner seine eigene Jacke erhält.
- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass genau eine Person ihre eigene Jacke erhält.

**2. Aufgabe: Verwirrende Kinder**

Maria und Josef haben genau zwei Kinder. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das ältere Kind ein Junge bzw. ein Mädchen ist, sei jeweils  $\frac{1}{2}$ . Ebenso sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das jüngere Kind ein Mädchen bzw. ein Junge ist, jeweils  $\frac{1}{2}$ .

- a) Auf die Frage, ob das ältere Kind ein Mädchen sei, antwortet Maria, dass es sich um ein Mädchen handle. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder weiblich sind?
- b) Auf die Frage, ob beide Kinder Knaben seien, antwortet Josef mit nein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder weiblich sind?
- c) Auf die Frage, welches Geschlecht eines der beiden Kinder habe, schauen sich Maria und Josef mit großen Augen an und antworten gleichzeitig, dass eines ein Mädchen sei. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder weiblich sind?

**3. Aufgabe: Begnadigung**

Aaron, Bill und Chris sind zum Tod verurteilt und wissen, dass der König einen von ihnen begnadigen wird. Doch der König kann sich nicht entscheiden. Daher beschließt er, die drei Namen auf jeweils einen Zettel zu schreiben, die gefalteten Zettel in seiner Krone sorgfältig zu mischen, einen der drei Zettel zu ziehen und den entsprechenden Häftling zu begnadigen. Dem Wärter wird der Name des begnadigten Häftlings unter der Auflage mitgeteilt, dass er vor der offiziellen Bekanntmachung nicht verrät, wer begnadigt wird. Aaron besticht nun den Wärter, ihm gemäß folgender Prozedur von den beiden anderen Häftlingsnamen den zu nennen, der nicht begnadigt wird:

- i) Falls Bill begnadigt wird, nennt der Wärter Chris.
- ii) Falls Chris begnadigt wird, nennt der Wärter Bill.
- iii) Falls Aaron begnadigt wird, nennt der Wärter mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  Bill oder Chris.

Der Wärter nennt Bill. Aaron glaubt daraufhin, dass die Begnadigungswahrscheinlichkeit für Chris und ihn jeweils  $\frac{1}{2}$  ist. Er entscheidet sich, Chris heimlich die Geschichte zu erzählen. Dieser schmunzelt nach einigem Nachdenken und bedankt sich bei Aaron überschwänglich, denn aus seiner Sicht wird Aaron nur mit einer Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{3}$  begnadigt, während er nun mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{2}{3}$  begnadigt wird.

Wer von beiden hat recht? Wer irrt sich?

#### 4. Aufgabe: abzählbar unendlich?

Erinnern Sie sich, dass eine Menge  $\Omega$  abzählbar (unendlich) ist, wenn es eine bijektive Abbildung von  $\mathbb{N}$  nach  $\Omega$  gibt. Außerdem ist eine Menge überabzählbar, wenn sie unendlich und nicht abzählbar ist.

- a) Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen abzählbar sind.
  - i) Die Menge der ganzen Zahlen
  - ii) Die Menge der rationalen Zahlen
  - iii) Eine abzählbare Vereinigung von abzählbaren Mengen
- b) Beweisen Sie, dass die Menge  $\Omega = \{0, 1\}^{\mathbb{N}}$  aller Folgen mit Folgegliedern aus  $\{0, 1\}$  eine überabzählbare Menge ist.