1. Übung zur Vorlesung
Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS 2018/19)
Dr. J.-P. Labbé, Prof. Dr. C. Lange

Zählen und Wahrscheinlichkeiten

Diskussionsaufgaben für die zweite Übung (keine Abgabe) sind mit einem Stern gekennzeichnet
Gruppenabgabe der Hausaufgaben (Aufgaben ohne Stern) bis 29.10. um 10 Uhr (Fach Julian Bayerl)
Informationen zur Vorlesung und zum Übungsbetrieb: http://page.mi.fu-berlin.de/labbe

---

1. Diskussionsaufgabe*: Binomialidentitäten

a) Zeigen Sie, dass für $r, n \in \mathbb{N}$ stets $\sum_{k=0}^{n} \binom{r+k}{k} = \binom{r+n+1}{n}$ gilt.

b) Zeigen Sie, dass für natürliche Zahlen $0 \leq k \leq m \leq r$ stets $\binom{r}{m}\binom{m}{k} = \binom{r}{k}\binom{r-k}{m-k}$ gilt.

2. Diskussionsaufgabe*: Ein einsamer Pokerspieler

Ein einsamer Kartenspieler gibt sich selber fünf Karten aus einem Kartenspiel für Poker.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er sich ein *straight flush* (fünf direkt aufeinanderfolgende Karten oder Ass-2-3-4-5 gleicher Farbe) gegeben?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er sich eine *Straße* (fünf direkt aufeinanderfolgende Karten oder Ass-2-3-4-5 mit mindestens zwei verschiedenen Farben) gegeben?

Definieren Sie den von Ihnen benutzten diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, p) und beschreiben Sie die relevanten Zählprinzipien.

3. Diskussionsaufgabe*: Buchstabensalat

Betrachten Sie das Wort RHABARBERBARBARA.

a) Wie viele verschiedene Wörter können aus (allen) diesen Buchstaben gebildet werden?

b) Was passiert, wenn wir nur 15 der 16 Buchstaben benutzen?

---

1. Hausaufgabe: mehr Binomialidentitäten

a) Seien $m, n \in \mathbb{N}$ mit $m \leq n$. Leiten Sie einen geschlossenen Ausdruck für $\sum_{k=0}^{m} \frac{\binom{m}{k}}{\binom{n}{k}}$ her.

b) Seien $m, n \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq m \leq n$. Beweisen Sie $\binom{n}{k} = \sum_{a=k}^{n} \binom{a-1}{k-1}$.

2. Hausaufgabe: Zu viele Türme auf einem Schachbrett

Der Sohn von Judith Polgár hat ihr acht Türme geklaut und zufällig auf die Felder eines Schachbretts verteilt.

a) Angenommen, Judit Polgár wurden ausschließlich schwarze Türme stibitzt. Wie wird die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass sich Türme (auch gleicher Farbe) paarweise nicht schlagen können?

b) Angenommen, Judit Polgár wurden $0 < k < 8$ schwarze Figuren und $8 - k$ weiße Figuren entwendet. Wie wird die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass sich Türme (auch gleicher Farbe) paarweise nicht schlagen können?

3. Hausaufgabe: Sockenchaos

Meine sehr unordentliche Schublade enthält viele Socken. Zur Zeit befinden sich dort zwölf weiße, zehn graue und sechs blaue Socken.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein gleichfarbiges Paar Socken zu bilden?
b) Die Lampe meines Raums ist kaputt und ich habe mich heute früh im Dunkeln angezogen. Dabei habe ich drei Socken aus meiner Schublade zufällig genommen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass diese drei Socken ein gleichfarbiges Paar Socken enthalten?

4. Hausaufgabe: Eine Köchin aus Kochi in einer Küche in Kochel

Ein Wirtshaus in Kochel am See hat eine neue Köchin aus Kochi eingestellt, die noch nie deutsche Gerichte gekocht hat. Das Restaurant bietet täglich ein Mittagsmenü mit deutschen Speisen an. Die Gäste müssen sich zuerst entscheiden, ob sie ein Zweigängemenü („Suppe und Hauptgericht“ oder „Hauptgericht und Nachspeise“) oder ein Dreigängemenü („Suppe, Hauptgericht und Nachspeise“) essen möchten. Danach müssen sie die Gerichte auswählen: es gibt neun Suppen, vier Hauptgerichte und fünf Nachspeisen.

a) Wie viele neue Rezepte muss die Köchin in Kochel jetzt lernen?
b) Wie viele verschiedene Mittagsmenüs gibt es insgesamt?
c) Ein Gast hat ein Mittagsmenü zufällig ausgewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er eine der Nachspeisen wählen muss?

Vergessen Sie bei all Ihren Lösungen nicht, die Mengen, die Sie zählen, und den Wahrscheinlichkeitsraum, in dem Sie rechnen, genau zu beschreiben.