

**4. Übung zur Vorlesung  
Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS 2018/19)  
Dr. J.-P. Labbé, Prof. Dr. C. Lange**

Diskussionsaufgaben für die fünfte Übung (keine Abgabe) sind mit einem Stern gekennzeichnet  
Gruppenabgabe der Hausaufgaben (Aufgaben ohne Stern) bis 19.11. um 10 Uhr (Fach Julian Bayerl)  
Informationen zur Vorlesung und zum Übungsbetrieb: <http://page.mi.fu-berlin.de/labbe>

---

**1. Diskussionsaufgabe\*: Schon wieder Paare mit Kindern!**

Wieder einmal nehmen wir an, dass ein Kind stets entweder ein Junge oder ein Mädchen ist, betrachten aber nun Paare mit genau drei Kindern. Weiter sei  $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$  der Laplace-Raum unter der Annahme, dass Paare genau dann nicht unterschieden werden, wenn die Geschlechter der Kinder in der Reihenfolge der Geburt übereinstimmen.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das die anderen Kinder eines Paares Mädchen sind, wenn das älteste Kind ein Mädchen?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Mädchens sowohl einen Bruder als auch eine Schwester hat?

Beantworten Sie beide Fragen, unter Verwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten!

**2. Diskussionsaufgabe\*: Wo ist der Hund?**

Als eine Familie nach dem Picknick im Park bei den Fahrradstellplätzen angekommen ist, vermisst sie ihren Hund. Es gibt drei Möglichkeiten, wo sich der Hund sich befindet:

- (A) Er ist schon nach Hause gegangen, um die Katze zu ärgern.
- (B) Er sucht den einen besonders großen Knochen im Park.
- (C) Er sucht Abwechslung und streunert im nahegelegenen Wald herum.

Die Wahrscheinlichkeiten dieser drei Möglichkeiten (basierend auf Erfahrungswerten früherer Picknicks) sind jeweils 25% für (A) und (C) sowie 50% für (B). Jeweils ein Kind wird zum Park und zum Waldrand geschickt, um nach dem Hund zu schauen. Im Park findet das suchende Kind ihn zu 90%, im Wald hingegen nur zu 50%.

- a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich der Hund im Park aufhält.
- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Hund die Katze bereits daheim ärgert.
- c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Hund (vorübergehend) vermisst gemeldet werden muss.

**3. Diskussionsaufgabe\*: Der Showmaster und der Koffer voller Geld**

Analysieren Sie die folgende Variation einer bekannten Knobelaufgabe mit Hilfe von bedingten Wahrscheinlichkeiten. Wählen Sie als Kandidatin einer Spielshow die richtige von  $n$  Türen, so gewinnen Sie einen Koffer voller Geld, während sich hinter allen anderen Türen nichts als heiße Luft befindet. Nachdem Sie eine Tür gewählt haben, wählt der Showmaster unter den verbleibenden  $n - 1$  Türen zufällig  $n - 2$  aus, hinter denen sich heiße Luft verbirgt. Danach bietet er Ihnen an, die Tür zu wechseln. Nehmen Sie an oder lehnen Sie ab? Begründen Sie Ihre Entscheidung unter Verwendung bedingter Wahrscheinlichkeiten.

**Für die Hausaufgaben bitte wenden!**

### 1. Hausaufgabe: Noch ein Paradoxon?

Am Institut für merkwürdige Phänomene hat der Leiter des Immatrikulationsbüros die Bewerbungen und die Zulassungen (verteilt auf die beiden Abteilungen des Instituts und aufgeschlüsselt nach männlichen und weiblichen Bewerbungen) analysiert und in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

	Bewerber	zugelassen	Bewerberinnen	zugelassen
Abteilung 1	825	511 (82%)	108	88 (81%)
Abteilung 2	373	22 (6%)	341	24 (7%)
insgesamt	1198	533 (44%)	449	112 (25%)

Es ist bekannt, dass keine Person mehr als eine Bewerbung eingereicht hat und alle eingereichten Bewerbungen in der Tabelle erfasst sind.

- Wie groß ist die institutsweite Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Bewerbung von einem Mann bzw. einer Frau stammt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Bewerbung für Abteilung 1 bzw. Abteilung 2 von einem Mann eingereicht wird? Wie groß sind die entsprechenden Wahrscheinlichkeiten dafür, dass eine Bewerbung von einer Frau eingereicht wird?
- Bestimmen Sie nun die institutsweiten Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Bewerbung eines Mannes bzw. einer Frau angenommen wird.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Bewerbung von einem Mann für Abteilung 1 bzw. die Bewerbung von einem Mann für Abteilung 2 angenommen wird.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass die Bewerbung von einer Frau für Abteilung 1 bzw. die Bewerbung von einer Frau für Abteilung 2 angenommen wird.
- Vergleichen Sie die berechneten Zulassungswahrscheinlichkeiten. Was fällt Ihnen auf?

### 2. Hausaufgabe: Buben ziehen

Aus einem Skatblatt mit 32 Karten, vier davon Buben, werden hintereinander ohne Zurücklegen zwei Karten gezogen.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Zug einen Buben zu ziehen.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, beim zweiten Zug einen Buben zu ziehen.

### 3. Hausaufgabe:

Bei einer Umfrage zum Thema Autowartung und Motorschäden wurden Fahrzeugbesitzer befragt, ob sie ihr Auto regelmäßig warten lassen und ob ihr Wagen in den ersten fünf Jahren nach Kauf eines Neuwagens einen Motorschaden hatte. Als Ergebnis der Befragung ergeben sich die folgenden Werte: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Motorschaden auftritt liegt bei den Fahrern, die ihr Fahrzeug regelmäßig warten lassen bei 0,1. Bei Fahrern, die es nicht regelmäßig warten lassen, liegt sie bei 0,6. Insgesamt lassen 70% der Fahrer ihr Fahrzeug regelmäßig warten. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrzeug mit Motorschaden regelmäßig gewartet wurde.

### 4. Hausaufgabe: Würfeln mit drei Würfeln

Angenommen, bei einem Wurf mit  $n$  fairen und unterscheidbaren Würfeln wurden  $n$  verschiedene Zahlen geworfen.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei  $n = 3$ , dass mindestens eine sechs geworfen wurde?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei  $n = 4$ , dass als Summe eine zehn geworfen wurde?

**Vergessen Sie nicht, Ihren Ansatz stets zu begründen!**