

7. Übung zur Vorlesung
Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS 2018/19)
Dr. J.-P. Labbé, Prof. Dr. C. Lange

Diskussionsaufgaben für die achte Übung (keine Abgabe) sind mit einem Stern gekennzeichnet
Gruppenabgabe der Hausaufgaben (Aufgaben ohne Stern) bis 10.12. um 10 Uhr (Fach Julian Bayerl)
Informationen zur Vorlesung und zum Übungsbetrieb: <http://page.mi.fu-berlin.de/labbe>

1. Diskussionsaufgabe*: Datenübertragung II

Rufen Sie sich Hausaufgabe 4 von Übungsblatt 6 („Datenübertragung“) in Erinnerung. Den Wert für die Wahrscheinlichkeit $p \in [0; 1]$ der fehlerhaften Übertragung eines Bits kann man folgendermaßen abgeschätzen: Bezeichnen $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ die Anzahl der Fehler in r verschiedenen Worten der Länge N und λ das arithmetische Mittel von $\lambda_1, \dots, \lambda_r$, so ist $\bar{p} := \frac{\lambda}{N}$ bei genügend großem r eine gute Schätzung für den gesuchten Wert p .

a) Schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit p für $N = 256$ und

λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6	λ_7	λ_8	λ_9	λ_{10}	λ_{11}	λ_{12}	λ_{13}	λ_{14}	λ_{15}
1	4	3	0	2	3	1	0	2	3	6	0	2	0	3

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für genau 0, 2, 4, 6 und 8 Übertragungsfehler.

c) Wie können Sie diese Werte approximieren? Wie gut sind die Approximationen?

2. Diskussionsaufgabe*: gedächtnislos und dann?

Sei $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ eine geometrisch verteilte Zufallsvariable auf dem Wahrscheinlichkeitsraum $(\Omega, \mathcal{E}, \mathbb{P})$. Ist X gedächtnislos, so folgt $\mathbb{P}(X \geq 30 | X \geq 20) = \mathbb{P}(X \geq 10)$. Impliziert die Gedächtnislosigkeit von X auch $\mathbb{P}(X \geq 30 | X \geq 20) = \mathbb{P}(X \geq 30)$? Diskutieren Sie diesen Sachverhalt.

3. Diskussionsaufgabe*: Exponentialfunktion

Für $x \in \mathbb{R}$ ist die Exponentialfunktion e^x durch die konvergente Reihe $\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{x^n}{n!}$ definiert.

Zeigen Sie, dass für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt:

$$e^x = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

1. Hausaufgabe: Prüfungskommission

Ein Student bereitet sich auf eine wichtige Prüfung vor, bei der eine drei- oder fünfköpfige Kommission über sein Bestehen entscheidet. Er geht davon aus, dass einzig seine Tagesform dafür ausschlaggebend ist, ob ein Prüfer ihn bestehen oder durchfallen lässt. Ist seine Tagesform gut, so lässt ihn jeder Prüfer unabhängig von den anderen mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% bestehen. Ist seine Tagesform hingegen schlecht, so lässt ihn jeder Prüfer unabhängig von den anderen lediglich mit einer Wahrscheinlichkeit von 40% bestehen. Zum Bestehen der Prüfung muss ihn die Mehrheit der Kommissionsmitglieder bestehen lassen. Die Wahrscheinlichkeit für eine schlechte Tagesform schätzt er zweimal so groß ein wie für eine gute Tagesform. Obwohl er wählen darf, ob er von drei oder von fünf Prüfern geprüft wird, ist er unentschieden. Was raten Sie ihm?

Bitte wenden!

2. Hausaufgabe: Augenarzt

In einer Gemeinschaftspraxis von Augenärzten ergab eine mehrjährige Auswertung der Patientenkartei, dass im Durchschnitt jeder 15. Patient an Grauem Star leidet.

- a) Im Laufe eines Vormittags rufen unabhängig voneinander 15 Personen an und bitten um einen Termin. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau eine dieser Personen Grauen Star?
- b) Wie viele Personen müssen unabhängig voneinander um einen Termin bitten, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90% mindestens ein Patient darunter ist, der an Grauem Star leidet?

3. Hausaufgabe: Defekte Waren

Bei der Herstellung einer Ware ist ein kleiner Anteil von 6% schon bei der Produktion defekt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Lieferung von $N = 50$ Stück dieser Ware höchstens $n = 4$ Ausschussstücke dabei sind.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit exakt.
- b) Wie lautet die Wahrscheinlichkeit, wenn die zu Grunde liegende Verteilung durch die Poisson-Verteilung angenähert wird?

4. Hausaufgabe: Mathematikhausaufgaben

In einer Jahrgangsstufe einer Schule haben gewöhnlicherweise 10% der Schülerinnen und Schüler keine Mathematikhausaufgaben erledigt. Die Mathematiklehrerin einer Klasse prüft bei ihren Schülerinnen und Schülern nacheinander die Existenz der erledigten Hausaufgaben, bis sie eine Person findet, die keine Hausaufgaben erledigt hat.

- a) Welche Wahrscheinlichkeitsverteilung ist angemessen? Geben Sie die zugehörigen Parameter an.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die zehnte bzw. zwanzigste Person die erste ohne Hausaufgaben ist.